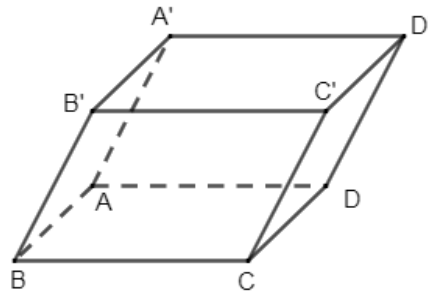


***. Đề kiểm tra rèn luyện**

♦Đề 1:

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ như hình vẽ bên dưới. Vector chỉ phương của đường thẳng AB là



- A. $\overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{BD}$. C. $\overrightarrow{CD}$. D. $\overrightarrow{A'D'}$.

Lời giải

Mặt phẳng $(P): 2x - 3y + 5z - 1 = 0$ có một vector pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (2; -3; 5)$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-4}{-5} = \frac{z+5}{3}$. Điểm nào sau đây thuộc đường thẳng d ?

- A. $M(3; 4; -5)$. B. $N(2; -5; 3)$. C. $P(-3; -4; 5)$. D. $Q(2; 5; -3)$.

Lời giải

Thay tọa độ của điểm $M(3; 4; -5)$ vào phương trình đường thẳng d ta có $\frac{3-3}{2} = \frac{4-4}{-5} = \frac{-5+5}{3}$.

Do đó $M \in d$

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = -1 + 2t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$ có một vector chỉ phương là:

- A. $\vec{u}_1 = (2; -1; 3)$. B. $\vec{u}_2 = (-1; 2; 3)$. C. $\vec{u}_3 = (2; 1; 3)$. D. $\vec{u}_4 = (1; 2; 3)$.

Lời giải

Đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = -1 + 2t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$ có một vector chỉ phương là $\vec{u}_2 = (-1; 2; 3)$.

- Câu 4:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{-2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}$ và $d_2: \begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = -2 + 2t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$.
- Khẳng định nào sau đây đúng?
- A.** d_1 và d_2 cắt nhau **B.** d_1 và d_2 chéo nhau
C. $d_1 \equiv d_2$. **D.** $d_1 // d_2$.

Lời giải

Đường thẳng $d_1: \frac{x}{-2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}$ có vector chỉ phương $\vec{u}_1 = (-2; 1; 1)$ và đi qua điểm $A(0; -1; 3)$.

Đường thẳng $d_2: \begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = -2 + 2t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$ có vector chỉ phương $\vec{u}_2 = (-4; 2; 2)$.

Ta có $\vec{u}_1 = \frac{1}{2}\vec{u}_2$ và $A \notin d_2$. Do đó $d_1 // d_2$.

- Câu 5:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-5}{m} (m \neq 0)$ và $d_2: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$. Hai đường thẳng d_1 và d_2 vuông góc với nhau khi m bằng
- A.** $m = -2$. **B.** $m = -4$. **C.** $m = -5$. **D.** $m = -3$.

Lời giải

Đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-5}{m} (m \neq 0)$ có vector chỉ phương $\vec{u}_1 = (3; 4; m)$.

Đường thẳng $d_2: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$ có vector chỉ phương $\vec{u}_2 = (-1; 2; 1)$.

Để $d_1 \perp d_2 \Leftrightarrow \vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 0 \Leftrightarrow 3 \cdot (-1) + 4 \cdot 2 + m \cdot 1 = 0 \Leftrightarrow m = -5$

- Câu 6:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = 5 + 2t \end{cases}$ và $d: \begin{cases} x = 6 - t' \\ y = 1 - t' \\ z = 3 + 2t' \end{cases}$. Tọa độ giao điểm của hai đường thẳng Δ và d là
- A.** $I(4; -1; 7)$. **B.** $H(3; 2; 5)$. **C.** $K(6; 1; 3)$. **D.** $J(3; -1; -2)$.

Lời giải

Xét hệ phương trình
$$\begin{cases} 3+t=6-t' \\ 2-3t=1-t' \\ 5+2t=3+2t' \end{cases}$$
 có nghiệm $(t;t')=(1;2)$.

Vậy tọa độ giao điểm của hai đường thẳng Δ và d là $I(4;-1;7)$

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;0;1)$ và $N(2;1;0)$. Đường thẳng MN có phương trình tham số là

A.
$$\begin{cases} x=1+2t \\ y=2t \\ z=1+t \end{cases}$$
 B.
$$\begin{cases} x=1+t \\ y=t \\ z=1+t \end{cases}$$
 C.
$$\begin{cases} x=1-t \\ y=t \\ z=1+t \end{cases}$$
 D.
$$\begin{cases} x=1+t \\ y=t \\ z=1-t \end{cases}$$

Lời giải

Đường thẳng MN có vector chỉ phương $\overrightarrow{MN} = (1;1;-1)$ và đi qua $M(1;0;1)$ nên có phương

trình tham số là
$$\begin{cases} x=1+t \\ y=t \\ z=1-t \end{cases}$$
.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2;-3;5)$ và song song với đường

thẳng $d: \begin{cases} x=1+2t \\ y=3-t \\ z=4+t \end{cases}$ có phương trình tham số là

A.
$$\begin{cases} x=2+t \\ y=-3+3t \\ z=5+4t \end{cases}$$
 B.
$$\begin{cases} x=-2+t \\ y=3+3t \\ z=-5+4t \end{cases}$$
 C.
$$\begin{cases} x=-2+2t \\ y=3-t \\ z=-5+t \end{cases}$$
 D.
$$\begin{cases} x=2+2t \\ y=-3-t \\ z=5+t \end{cases}$$

Lời giải

Đường thẳng Δ song song với đường thẳng d nên có vector chỉ phương $\overrightarrow{u}_{\Delta} = \overrightarrow{u}_d = (2;-1;1)$

, và đi qua $M(2;-3;5)$ nên có có phương trình tham số là
$$\begin{cases} x=2+2t \\ y=-3-t \\ z=5+t \end{cases}$$

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1;-2;0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 2x-3y-z+2=0$ có phương trình tham số là

A.
$$\begin{cases} x=2+t \\ y=-3-2t \\ z=-t \end{cases}$$
 B.
$$\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2-3t \\ z=-t \end{cases}$$
 C.
$$\begin{cases} x=1-t \\ y=-2+2t \\ z=-3t \end{cases}$$
 D.
$$\begin{cases} x=2t \\ y=-3t \\ z=-t \end{cases}$$

Lời giải

Đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng (P) nên có vector chỉ phương

$$\vec{u}_{\Delta} = \vec{n}_{(P)} = (2; -3; -1), \text{ và đi qua } M(1; -2; 0) \text{ nên có phương trình tham số là } \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - 3t \\ z = -t \end{cases}.$$

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, một viên đạn được bắn ra từ điểm $A(2; 1; -1)$ và trong 3 giây đầu đạn đi với vận tốc không đổi, vector vận tốc (trên giây) là $\vec{v} = (1; 3; -2)$. Hỏi viên đạn bắn trúng mục tiêu nằm ở điểm nào sau đây?

- A.** $M(4; 0; -2)$ **B.** $N(-1; 1; -3)$ **C.** $P(4; 7; -5)$ **D.** $Q(3; 9; -6)$

Lời giải

Phương trình mô tả quỹ đạo chuyển động của viên đạn là
$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + 3t \\ z = -1 - 2t \end{cases}.$$

Lần lượt thay tọa độ các điểm vào phương trình quỹ đạo chuyển động của viên đạn ta thấy tọa độ các điểm M, N, Q không thỏa mãn phương trình. Do đó viên đạn không bắn trúng mục tiêu ở các điểm này.

Thay tọa độ điểm P vào phương trình mô tả quỹ đạo chuyển động của viên đạn ta có

$$\begin{cases} 4 = 2 + t \\ 7 = 1 + 3t \\ -5 = -1 - 2t \end{cases} \Leftrightarrow t = 2.$$

Vậy viên đạn bắn trúng mục tiêu đặt ở điểm P .

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng cắt nhau

$$d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - t \\ z = 12 - 3t \end{cases} \text{ và } d': \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 \end{cases} \text{ là:}$$

- A.** $x - y + 12z - 15 = 0$. **B.** $6x + 3y + z + 15 = 0$. **C.** $x - y + 12z + 15 = 0$. **D.** $6x + 3y + z - 15 = 0$

Lời giải

Đường thẳng d và d' có vector chỉ phương lần lượt là $\vec{u}_d = (1; -1; -3)$ và $\vec{u}_{d'} = (-1; 2; 0)$

Mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng cắt nhau d và d' nên có vector pháp tuyến là
$$\vec{n}_P = [\vec{u}_d; \vec{u}_{d'}] = (6; 3; 1).$$

Mặt khác, mặt phẳng (P) chứa đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - t \\ z = 12 - 3t \end{cases}$ nên mặt phẳng (P) chứa điểm

$M(1; -1; 12)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là: $6(x-1)+3(y+1)+1(z-12)=0 \Leftrightarrow 6x+3y+z-15=0$

- Câu 12:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng: $d: \begin{cases} x=3+t \\ y=-1-2t \\ z=-1+t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x=t \\ y=-2t \\ z=1+t \end{cases}$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa d và d' là:
- A.** $x+y+z-1=0$. **B.** $x+2y+z-2=0$. **C.** $x-y+z-1=0$. **D.** $x+y+z-4=0$.

Lời giải

Đường thẳng d và d' lần lượt chứa hai điểm $M(3;-1;-1)$ và $N(0;0;1)$.

Ta có $\overrightarrow{MN} = (-3;1;2)$, vectơ chỉ phương của đường thẳng d là $\overrightarrow{u_d} = (1;-2;1)$.

Mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng d và d' nên có vectơ pháp tuyến là

$\overrightarrow{n_p} = [\overrightarrow{u_d}; \overrightarrow{MN}] = (-5;-5;-5)$ hay có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_p} = (1;1;1)$.

Mặt khác, mặt phẳng (P) chứa đường thẳng $d: \begin{cases} x=3+t \\ y=-1-2t \\ z=-1+t \end{cases}$ nên mặt phẳng (P) chứa điểm $M(3;-1;-1)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là: $x+y+z-1=0$.

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

- Câu 1:** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=1+2t \\ y=3+t \\ z=4-5t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Hãy xét tính đúng sai các mệnh đề sau.

A. Một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ là: $\vec{u} = (1;3;4)$.

B. Điểm $A(5;5;-6)$ thuộc đường thẳng Δ .

C. Đường thẳng $d: \begin{cases} x=2+3t \\ y=4t \\ z=3+2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ vuông góc với đường thẳng Δ .

D. Đường thẳng Δ cắt mặt phẳng (Oxz) tại điểm $M(-5;0;19)$.

Lời giải

Đường thẳng Δ có một VTCP là $\vec{u} = (2;1;-5)$. Vậy mệnh đề **A. Sai**.

Ta có:
$$\begin{cases} 5 = 1 + 2t \\ 5 = 3 + t \\ -6 = 4 - 5t \end{cases} \Leftrightarrow t = 2. \text{ Vậy mệnh đề } \mathbf{B. Đúng}.$$

Ta có : $\vec{u}_\Delta = (2; 1; -5)$ và $\vec{u}_d = (3; 4; 2)$. Dễ thấy: $\vec{u}_\Delta \cdot \vec{u}_d = 0$. Vậy mệnh đề **C. Đúng**.

Ta có: $y = 0 \Leftrightarrow 3 + t = 0 \Leftrightarrow t = -3$ nên điểm $M(-5; 0; 19)$ là giao điểm của đường thẳng Δ và mặt phẳng (Oxz) . Vậy mệnh đề **D. Đúng**.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 lần lượt có phương trình là:

$$\Delta_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{2} \text{ và } \Delta_2: \frac{x-4}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}.$$

A. Đường thẳng Δ_1 có một VTCP là: $\vec{u}_1 = (1; -1; 2)$ và đi qua điểm $A(-1; -2; 1)$.

B. Điểm $M(10; 1; -2)$ thuộc đường thẳng Δ_2 .

C. Đường thẳng Δ_1 vuông góc với đường thẳng Δ_2 .

D. Đường thẳng Δ_1 và đường thẳng Δ_2 là hai đường thẳng chéo nhau.

Lời giải

Đường thẳng Δ_1 có một VTCP là: $\vec{u}_1 = (1; -1; 2)$ và đi qua điểm $A(1; 2; -1)$. Vậy mệnh đề **A. Sai**.

Ta có: $\frac{10-4}{3} = \frac{1+1}{1} = \frac{-2}{-1}$ là mệnh đề đúng. Vậy mệnh đề **B. Đúng**.

Ta có : $\vec{u}_\Delta = (2; 1; -5)$ và $\vec{u}_d = (3; 4; -2)$. Dễ thấy: $\vec{u}_\Delta \cdot \vec{u}_d = 0$. Vậy mệnh đề **C. Đúng**.

Ta có: Đường thẳng Δ_1 có một VTCP là: $\vec{u}_1 = (1; -1; 2)$ và đi qua điểm $A(1; 2; -1)$. Đường thẳng Δ_2 có một VTCP là: $\vec{u}_2 = (3; 1; -1)$ và đi qua điểm $M(10; 1; -2)$.

Ta có: $\vec{MA} = (9; -1; -1)$ và $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \vec{MA} = -20$. Vậy mệnh đề **D. Đúng**.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 3; 3)$ và $B(3; 5; 9)$.

A. Một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB là: $\vec{u} = (1; 1; 3)$.

B. Phương trình tham số của đường thẳng AB là:
$$\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 5 + 3t \\ z = 9 + 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

C. Điểm $M(4; 6; 9)$ thuộc đường thẳng AB .

D. Phương trình đường thẳng d đi qua điểm $C(2;0;-3)$ và song song với đường thẳng AB là: $\frac{x-4}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{3}$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (2;2;6)$. Nên Một vector chỉ phương của đường thẳng AB là: $\vec{u} = (1;1;3)$. Vậy mệnh đề **A. Đúng**.

Ta có: Phương trình tham số của đường thẳng AB là: $\begin{cases} x = 3+t \\ y = 5+t \\ z = 9+3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Vậy mệnh đề **B.**

Sai.

Ta có: $\begin{cases} 4 = 3+t \\ 6 = 5+t \\ 9 = 9+3t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 1 \\ t = 0 \end{cases} \Leftrightarrow t = 1 \Leftrightarrow t \in \emptyset$. Vậy mệnh đề **C.Sai**.

Ta có: $\vec{u}_d = (1;1;3)$ và điểm $C \in d$. Vậy mệnh đề **D. Đúng**.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 lần lượt có phương trình là:

$$\Delta_1: \frac{x}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+3}{2} \text{ và } \Delta_2: \frac{x+4}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{-1}.$$

A. Đường thẳng Δ_1 có một VTCP là: $\vec{u}_1 = (1;-1;2)$ và đi qua điểm $A(-1;4;-5)$.

B. Đường thẳng Δ_2 không cắt trục toạ độ Oz .

C. Đường thẳng Δ_1 song song với đường thẳng Δ_2 .

D. Đường thẳng Δ_1 và đường thẳng Δ_2 là hai đường thẳng chéo nhau.

Lời giải

Đường thẳng Δ_1 có một VTCP là: $\vec{u} = (1;-1;2)$ và đi qua điểm $A(-1;4;-5)$. Vậy mệnh đề **A. Đúng**.

Ta có: Đường thẳng Δ_2 cắt trục toạ độ Oz tại $M(0;0;2)$. Vậy mệnh đề **B. Sai**.

Ta có: $\vec{u}_1 = (1;-1;2)$ và $\vec{u}_2 = (2;1;-1)$. Dễ thấy: $\vec{u}_1, \vec{u}_2$ không cùng phương. Vậy mệnh đề **C.Sai**.

Ta có: Đường thẳng Δ_1 có một VTCP là: $\vec{u}_1 = (1;-1;2)$ và đi qua điểm $A(-1;4;-5)$. Đường thẳng Δ_2 có một VTCP là: $\vec{u}_2 = (2;1;-1)$ và đi qua điểm $M(-4;-2;4)$.

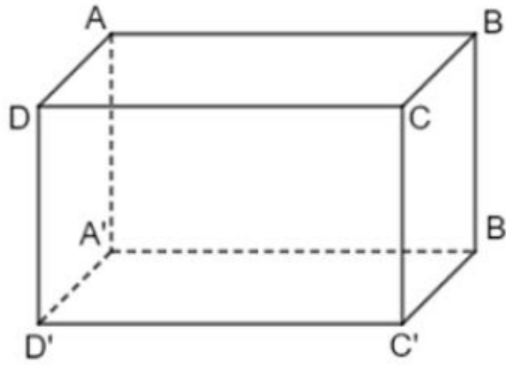
Ta có: $\overrightarrow{MA} = (-3;-6;9)$ và $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \overrightarrow{MA} = 0$. Vậy mệnh đề **D. Sai**.

📖 Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 1: Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Hãy tìm số véc tơ chỉ phương của đường thẳng AB có điểm đầu và điểm cuối là đỉnh của hình hộp.

Lời giải

Đáp số: 8.



Các véc tơ chỉ phương của đường thẳng AB có điểm đầu và điểm cuối là đỉnh của hình hộp gồm: $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{A'B'}, \overrightarrow{B'A'}, \overrightarrow{D'C'}, \overrightarrow{C'D'}$. Có tất cả là 8 véc tơ.

Câu 2: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+2}{-1}$ và cho các điểm $A(0;1;-2), B(2;4;-3), C(4;7;1), D(-2;-2;-1)$. Trong các điểm đã cho có bao nhiêu điểm thuộc đường thẳng Δ ?

Lời giải

Đáp số: 3.

+) Thay tọa độ của điểm A vào phương trình đường thẳng Δ ta được:

$$\frac{0}{2} = \frac{1-1}{3} = \frac{-2+2}{-1} \Leftrightarrow 0 = 0 = 0 \text{ điều này là đúng, do đó } A \in \Delta.$$

+) Thay tọa độ của điểm B vào phương trình đường thẳng Δ ta được:

$$\frac{2}{2} = \frac{4-1}{3} = \frac{-3+2}{-1} \Leftrightarrow 1 = 1 = 1 \text{ điều này là đúng, do đó } B \in \Delta.$$

+) Thay tọa độ của điểm C vào phương trình đường thẳng Δ ta được:

$$\frac{4}{2} = \frac{7-1}{3} = \frac{1+2}{-1} \Leftrightarrow 2 = 2 = -3 \text{ điều này là vô lí, do đó } C \notin \Delta.$$

+) Thay tọa độ của điểm D vào phương trình đường thẳng Δ ta được:

$$\frac{-2}{2} = \frac{-2-1}{3} = \frac{-1+2}{-1} \Leftrightarrow -1 = -1 = -1 \text{ điều này là đúng, do đó } D \in \Delta.$$

Vậy có 3 điểm thuộc đường thẳng Δ là A, B, D .

Câu 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -t \\ z = 2 + t \end{cases}$ và cho các điểm

$A(1;0;2), B(3;-1;1), C(5;-2;4), D(-1;1;-1)$. Trong các điểm đã cho có bao nhiêu điểm không thuộc đường thẳng Δ ?

Lời giải

Đáp số: 2.

+) Thay tọa độ của điểm A vào phương trình đường thẳng Δ ta được:

$$\begin{cases} 1=1+2t \\ 0=-t \\ 2=2+t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=0 \\ t=0 \\ t=0 \end{cases}. \text{ Hệ có nghiệm, do đó } A \in \Delta.$$

+) Thay tọa độ của điểm B vào phương trình đường thẳng Δ ta được:

$$\begin{cases} 3=1+2t \\ -1=-t \\ 1=2+t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ t=1 \\ t=-1 \end{cases} \Leftrightarrow t \in \emptyset. \text{ Hệ vô nghiệm, do đó } B \notin \Delta.$$

+) Thay tọa độ của điểm C vào phương trình đường thẳng Δ ta được:

$$\begin{cases} 5=1+2t \\ -2=-t \\ 4=2+t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=2 \\ t=2 \\ t=2 \end{cases}. \text{ Hệ có nghiệm, do đó } C \in \Delta.$$

+) Thay tọa độ của điểm D vào phương trình đường thẳng Δ ta được:

$$\begin{cases} -1=1+2t \\ 1=-t \\ -1=2+t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=-1 \\ t=-1 \\ t=-3 \end{cases} \Leftrightarrow t \in \emptyset. \text{ Hệ vô nghiệm, do đó } D \notin \Delta.$$

Vậy có 2 điểm không thuộc đường thẳng Δ là B, D .

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=2-mt \\ y=2mt \\ z=1-4t \end{cases}$ và đường thẳng

$$d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-3} = z. \text{ Tìm } m \text{ để } \Delta \perp d.$$

Lời giải

Đáp số: $m = -0,5$.

+) Δ có VTCP $\vec{u} = (-m; 2m; -4)$, d có VTCP $\vec{v} = (2; -3; 1)$.

$$\Delta \perp d \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow (-m) \cdot 2 + 2m \cdot (-3) + (-4) \cdot 1 = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2} = -0,5.$$

Câu 5: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=2-t \\ y=2t \\ z=1-t \end{cases}$ và đường thẳng

$$d: \frac{x+1}{-1} = \frac{y-6}{2} = \frac{z+3}{-2}. \text{ Gọi giao điểm của hai đường thẳng } \Delta \text{ và } d \text{ là } M(a; b; c). \text{ Tính } a+b+c.$$

Lời giải

Đáp số: $a+b+c=3$.

$$+) d \text{ có PTTS } \begin{cases} x = -1 - s \\ y = 6 + 2s \\ z = -3 - 2s \end{cases}.$$

$$+) \text{ Để xét VTĐ của } \Delta \text{ và } d \text{ ta xét hệ: } \begin{cases} 2 - t = -1 - s \\ 2t = 6 + 2s \\ 1 - t = -3 - 2s \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t - s = 3 \\ t - s = 3 \\ t - 2s = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ s = -1 \end{cases}.$$

Hệ có nghiệm duy nhất nên Δ và d cắt nhau. Thay $t = 2$ vào phương trình Δ (hoặc thay $s = -1$ vào phương trình của d) ta được tọa độ giao điểm của Δ và d là $M(0; 4; -1) \Rightarrow a + b + c = 0 + 4 + (-1) = 3$.

Câu 6: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$. đường thẳng

$$\text{đi qua 2 điểm } A, B \text{ có phương trình dạng } \Delta: \begin{cases} x = 2t \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}. \text{ Tính } y_0 + z_0 + b + c.$$

Lời giải

Đáp số: $y_0 + z_0 + b + c = 2$.

$$+) \Delta \text{ có VTCP là } \overline{AB} = (1; -3; 4) = \frac{1}{2}(2; -6; 8) \Rightarrow b = -6, c = 8.$$

+) Thay tọa độ điểm B vào phương trình Δ ta được:

$$\begin{cases} 2 = 2t \\ -1 = y_0 - 6t \\ 3 = z_0 + 8t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ y_0 = 5 \\ z_0 = -5 \end{cases}$$

Từ đó ta có: $y_0 + z_0 + b + c = 5 - 5 - 6 + 8 = 2$.

♦ **Đề 2:**

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết rằng: $B(-1; 1; 3), C(-1; -1; 2), D(1; 0; -2), D'(2; -2; -3)$. Tìm một véc tơ chỉ phương của đường thẳng AA'

$$\text{A. } \vec{u} = (1; -2; 1). \quad \text{B. } \vec{u} = (1; 2; 1). \quad \text{C. } \vec{u} = (-1; -2; 1). \quad \text{D. } \vec{u} = (1; -2; -1).$$

Lời giải

Ta có $\overline{AA'} = \overline{DD'} = (1; -2; -1)$

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{3}$. Điểm nào dưới đây không thuộc d ?

$$\text{A. } Q(2; 1; -1). \quad \text{B. } M(1; 3; 2). \quad \text{C. } P(-1; 3; -4). \quad \text{D. } N(4; -3; 5).$$

Lời giải

Ta có: $\frac{2-2}{1} = \frac{1-1}{-2} = \frac{-1+1}{3} = 0$ (đúng)

$\frac{1-2}{1} = \frac{3-1}{-2} = \frac{2+1}{3}$ (Sai)

$\frac{1-2}{1} = \frac{3-1}{-2} = \frac{-4+1}{3}$ (đúng)

$\frac{4-2}{1} = \frac{-3-1}{-2} = \frac{5+1}{3}$ (đúng)

Do đó chọn B

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-4}{-5} = \frac{z+1}{3}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d ?

- A.** $\vec{u}_2(2;4;-1)$. **B.** $\vec{u}_1(-2;5;-3)$. **C.** $\vec{u}_3(2;5;3)$. **D.** $\vec{u}_4(3;4;1)$.

Lời giải

Đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-4}{-5} = \frac{z+1}{3}$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_1(-2;5;-3)$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+2t \\ y=2-2t \\ z=t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x=-2t' \\ y=-5+3t' \\ z=4+t' \end{cases}$. Xét vị trí

tương đối giữa 2 đường thẳng d và d' ?

- A.** Cắt nhau. **B.** song song. **C.** Trùng nhau. **D.** Chéo nhau.

Lời giải

d có VTCP $\vec{u} = (2; -2; 1)$ và đi qua $M(1; 2; 0)$.

d' có VTCP $\vec{u}' = (-2; 3; 1)$ và đi qua $M'(0; -5; 4)$.

Từ đó ta có:

$$\overrightarrow{MM'} = (-1; -7; 4) \text{ và } [\vec{u}, \vec{u}'] = \left(\begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} \right) = (-5; -4; 2) \neq \vec{0}.$$

$$\text{Lại có } [\vec{u}, \vec{u}'] \cdot \overrightarrow{MM'} = (-1) \cdot (-5) + (-7) \cdot (-4) + 4 \cdot 2 = 41 \neq 0.$$

Suy ra d chéo nhau với d' .

Câu 5: Cho $d_1: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{3}$ và $d_2: \begin{cases} x=-1+t \\ y=-t \\ z=2+mt \end{cases}$. Tìm m để d_1 và d_2 vuông góc với nhau

- A.** -1. **B.** 1. **C.** -2. **D.** 2.

Lời giải

Ta có $\vec{n}_1 = (-2; 1; 3), \vec{u}_2 = (1; -1; m)$

$$d_1 \perp d_2 \Leftrightarrow \vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 0 \Leftrightarrow -2 - 1 + 3m = 0 \Leftrightarrow m = 1$$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-7}{1} = \frac{z-3}{4}$ và

$d': \frac{x-6}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{1}$. Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng trên

- A.** $A(-3; 5; -5)$. **B.** $B(5; 9; 11)$. **C.** $C(9; -3; -1)$. **D.** $N(0; 3; -4)$.

Lời giải

Ta có Tọa độ của A thỏa mãn cả hai phương trình đường thẳng. Do đó A là giao điểm của hai đường thẳng

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(-1; -1; 2)$ và $N(1; 3; 4)$. Đường thẳng MN có phương trình chính tắc là

- A.** $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+2}{2}$. **B.** $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$.
C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{1}$. **D.** $\frac{x+1}{2} = \frac{y+3}{4} = \frac{z+4}{2}$.

Lời giải

Ta có đường thẳng MN đi qua điểm $M(-1; -1; 2)$ và nhận $\vec{MN} = (2; 4; 2)$ làm véc tơ chỉ phương nên có phương trình chính tắc là: $\frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-2}{2} \Leftrightarrow \frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+7}{-2}$. Đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng d có phương trình là:

- A.** $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-2}$. **B.** $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{2}$.
C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{-2}$. **D.** $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{-2}$.

Lời giải

Đường thẳng đi qua A và song song với d nên có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (2; 1; -2)$.

Phương trình đường thẳng cần tìm: $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-2}$

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho d là đường thẳng đi qua điểm $A(1; 2; 3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 4x + 3y - 7z + 1 = 0$. Phương trình chính tắc của d là

- A.** $\frac{x-1}{-4} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-7}$. **B.** $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-7}$.

$$\text{C. } \frac{x-4}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+7}{3}.$$

$$\text{D. } \frac{x+1}{4} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+3}{-7}.$$

Lời giải

Ta có $(\alpha): 4x + 3y - 7z + 1 = 0 \Rightarrow \vec{n}_{(\alpha)} = (4; 3; -7)$ là VTPT của mặt phẳng (α) .

Mà đường thẳng $d \perp (\alpha) \Rightarrow \vec{n}_{(\alpha)} = (4; 3; -7)$ là VTCP của đường thẳng d .

Ta lại có $A(1; 2; 3) \in d$.

Suy ra phương trình chính tắc của đường thẳng d là: $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-7}$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, một viên đạn được bắn ra từ điểm $A(1; 2; 4)$ và trong ba giây, đầu đạn có vận tốc không đổi; véc tơ vận tốc (km/s) là $\vec{v} = \frac{1}{3}\vec{i} + \frac{2}{3}\vec{j} + \frac{2}{3}\vec{k}$. Hỏi tại thời điểm sau 3 giây viên đạn có thể trúng mục tiêu là điểm nào trong các điểm sau đây?

$$\text{A. } P(1; 3; 5).$$

$$\text{B. } M(2; 3; 6).$$

$$\text{C. } N(-1; -3; 5).$$

$$\text{D. } Q(-2; -3; 5).$$

Lời giải

Cách 1:

Ta có: Trong thời gian từ 0 đến 3 giây phương trình mô tả quỹ đạo chuyển động của viên đạn là:

$$d: \begin{cases} x = 1 + \frac{1}{3}t \\ y = 2 + \frac{2}{3}t \\ z = 4 + \frac{2}{3}t \end{cases}$$

với $t = 3$ ta được điểm $M(2; 3; 6)$.

Cách 2: Sau 3 giây viên đạn sẽ tới mục tiêu là điểm M sao cho $\vec{AM} = 3\vec{v}$

$$\text{P} \begin{cases} x_M = 1 + 1 = 2 \\ y_M = 2 + 1 = 3 \\ z_M = 4 + 2 = 6 \end{cases} \text{P } M(2; 3; 6)$$

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{3}$ và $d': \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-3}$ cắt nhau. Phương trình mặt phẳng (α) chứa hai đường $(d), (d')$

$$\text{A. } -x + 2y - z + 5 = 0.$$

$$\text{B. } 2x - y + 4 = 0.$$

$$\text{C. } x - 2y - 5 = 0.$$

$$\text{D. } -12x + 6y + 5 = 0.$$

Lời giải

Ta có $\vec{u}_d = (1; 2; 3), \vec{u}_{d'} = (1; 2; -3) \Rightarrow \vec{n}_\alpha = [\vec{u}_d, \vec{u}_{d'}] = (-12; 6; 0)$

Mặt khác (α) qua $M_0(-1; 2; -1) \Rightarrow (\alpha): -12(x+1) + 6(y-2) + 0(z+1) = 0$

$\Leftrightarrow (\alpha): 2x - y + 4 = 0$

Câu 12: Trong không gian Oxyz, cho hai đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-2}$ và $d': \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-2}$. Phương trình mặt phẳng (α) chứa hai đường $(d), (d')$

A. $-2x + 3y - 4z + 8 = 0$.

B. $x - 2y + 5 = 0$.

C. $2x - 5y - 4z - 5 = 0$.

D. $2x - 5y - 4z + 8 = 0$.

Lời giải

Ta có $(d) \cap (d')$ và $\vec{u}_d = (1; 2; -2), M_0(-1; 2; -1) \in d: M_{0'}(1; 2; 0) \in d'$

$\Rightarrow \vec{n}_\alpha = [\vec{u}_d, \overrightarrow{M_0M_{0'}}] = (2; -5; -4)$

Mặt khác (α) qua $M_0(-1; 2; -1) \Rightarrow (\alpha): 2(x+1) - 5(y-2) - 4(z+1) = 0$

$\Leftrightarrow (\alpha): 2x - 5y - 4z + 8 = 0$.

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-4}{1}$ và đường thẳng

$\Delta: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{-1}$.

a) Đường thẳng d có một vector chỉ phương $\vec{u} = (1; -3; 4)$.

b) Đường thẳng Δ có một vector chỉ phương $\vec{v} = (2; -1; -1)$.

c) Đường thẳng d và đường thẳng Δ vuông góc với nhau.

d) Đường thẳng d và đường thẳng Δ chéo nhau.

Lời giải

a) S	b) Đ	c) Đ	d) Đ
------	------	------	------

a) Sai.

b) Đúng.

c) Đúng.

Đường thẳng d có một vector chỉ phương $\vec{u} = (2; 3; 1)$ và đường thẳng Δ có một vector chỉ phương $\vec{v} = (2; -1; -1)$

Ta có $\vec{u} \cdot \vec{v} = 2 \cdot 2 + 3 \cdot (-1) + 1 \cdot (-1) = 0$ do đó $d \perp \Delta$.

d) Đúng.

Gọi A là giao điểm (nếu có) của d và Δ , tọa độ A là nghiệm hệ phương trình

$$\begin{cases} 1+2t = -2+2u \\ -3+3t = 1-u \\ 4+t = -2-u \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{5}{8} \\ u = \frac{17}{8} \\ t+u = -6 \end{cases} \quad \text{vô nghiệm}$$

Do đó d và Δ không cắt nhau.

Lại có $\vec{u} = (2; 3; 1)$ và $\vec{v} = (2; -1; -1)$ không cùng phương nên hai đường thẳng đó không song song hoặc trùng nhau.

Vậy đường thẳng d và đường thẳng Δ chéo nhau.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{2}$.

a) Đường thẳng d qua điểm $M(1; 2; 2)$.

b) Đường thẳng d có một vector chỉ phương $\vec{v} = (2; 4; 4)$.

c) Đường thẳng d có phương trình tham số $\begin{cases} x = 2+t \\ y = 1+t \\ z = -3+2t \end{cases}$.

d) Đường thẳng d song song với đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 3-t \\ y = 2-2t \\ z = -1-2t \end{cases}$.

Lời giải

a) S	b) S	c) Đ	d) S
------	------	------	------

Phương án a) sai vì:

Thay $M(1; 2; 0)$ vào đường thẳng d , ta có $\frac{1-2}{1} \neq \frac{2-1}{2}$.

Phương án b) đúng

Phương án c) đúng vì $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{2}$ có một vector chỉ phương $\vec{u} = (-1; -2; -2)$ và đi

qua điểm $N(3; 2; -1)$ suy ra phương trình tham số của d : $\begin{cases} x = 2+t \\ y = 1+t \\ z = -3+2t \end{cases}$.

Phương án **d)** sai vì đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{2}$ có một vectơ chỉ phương $\vec{k} = (1; 2; 2)$.

Đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (-1; -2; -2) \Rightarrow \vec{u} = -\vec{k}$

Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(3; 2; -1)$. Thay tọa độ điểm $M(3; 2; -1)$ vào phương trình của

$d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{2}$, ta được $\frac{3-2}{1} = \frac{2-1}{2} = \frac{-1+3}{2}$ đúng, suy ra $M \in d$.

Vậy $d \equiv \Delta$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng d và d' có phương trình chính tắc lần lượt là:

$$d: \frac{x-7}{-2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{1} \text{ và } d': \begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = 5 - 2t, t \in \mathbb{R} \\ z = 3 - t \end{cases}$$

a) Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương $\vec{v} = (-2; 1; 1)$. Đường thẳng d' có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (4; -2; -1)$.

b) Hai vectơ $\vec{v}$ và $\vec{u}$ không cùng phương.

c) Phương trình tham số của d là: $\begin{cases} x = 7 + 2u \\ y = 3 - u, u \in \mathbb{R} \\ z = 2 - u \end{cases}$.

d) Hai đường thẳng d và d' chéo nhau.

Lời giải

a) Đ	b) Đ	c) Đ	d) S
------	------	------	------

* Phương án **a)** đúng.

* Phương án **b)** đúng: $\frac{-2}{4} \neq \frac{1}{-2}$

* Phương án **c)** đúng:

Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương $\vec{v} = (-2; 1; 1)$ và đi qua điểm $M(7; 3; 2)$ nên phương

trình tham số của d là: $\begin{cases} x = 7 + 2u \\ y = 3 - u, u \in \mathbb{R} \\ z = 2 - u \end{cases}$.

* Phương án **d)** sai: Do hai đường thẳng d và d' có cặp vectơ chỉ phương không cùng phương nên chúng chéo nhau hoặc cắt nhau.

$$\text{Xét hệ } \begin{cases} 3+4t=7+2u \\ 5-2t=3-u \\ 3-t=2-u \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4t-2u=4 \\ -2t+u=-2 \\ -t+u=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u=0 \\ t=1 \end{cases}$$

Hệ có nghiệm duy nhất nên hai đường thẳng d và d' cắt nhau tại điểm $M(7;3;2)$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;3;4)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=1-2u \\ y=2+u \\ z=1-u \end{cases}, u \in \mathbb{R}$.

a) Điểm $M(1;2;1)$ thuộc đường thẳng d .

b) Đường thẳng d có một vector chỉ phương $\vec{u}=(2;-1;1)$.

c) Đường thẳng Δ đi qua điểm A và song song với đường thẳng d có phương trình tham số

$$\text{là: } \begin{cases} x=2+2t \\ y=3+t \\ z=4+t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

d) Đường thẳng Δ đi qua điểm A và song song với đường thẳng d có phương trình chính tắc

$$\text{là: } \frac{x}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-3}{1}.$$

.

Lời giải

a) Đ	b) Đ	c) S	d) Đ
------	------	------	------

* Phương án **a)** đúng.

* Phương án **b)** đúng.

* Phương án **c)** sai: Đường thẳng Δ đi qua điểm A và song song với đường thẳng d nên có một vector chỉ phương $\vec{u}_{\Delta} = \vec{u} = (2;-1;1)$. Suy ra phương trình tham số đường thẳng Δ là:

$$\begin{cases} x=2+2t \\ y=3-t \\ z=4+t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

* Phương án **d)** đúng: Đường thẳng Δ đi qua điểm A và song song với đường thẳng d có phương trình chính tắc là: $\frac{x}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-3}{1}$.

 **Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;3)$, đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{2}$ và mặt phẳng $(P): x+y-2z+2=0$. Phương trình chính tắc của đường thẳng Δ đi qua A , song song với mặt phẳng (P) và vuông góc với đường thẳng d có dạng: $\frac{x+a}{b} = \frac{y-5}{c} = \frac{z+d}{3}$. Giá trị của biểu thức $M=a+b+c+d$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp số: $M=-5$

Đường thẳng d có 1 VTCP $\vec{u}_d = (1; -2; 2)$

Mặt phẳng (P) có 1 VTPT $\vec{n} = (1; 1; -2)$, gọi $\vec{u}$ là 1 VTCP của đường thẳng Δ

Ta có: $\begin{cases} \Delta \perp d \\ \Delta // (P) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{u} \perp \vec{u}_d \\ \vec{u} \perp \vec{n} \end{cases} \Rightarrow \vec{u} = [\vec{u}_d, \vec{n}] = (2; 4; 3).$

Suy ra PTTS của đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 1 + 4t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$. Chọn $t=1 \Rightarrow \Delta$ đi qua điểm $M(5; 5; 6)$

Suy ra PTCT của đường thẳng $\Delta: \frac{x-5}{2} = \frac{y-5}{4} = \frac{z-6}{3} \Rightarrow a=-5, b=2, c=4, d=-6 \Rightarrow M=-5.$

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2; -1; 0)$, $B(1; 2; 1)$, $C(3; -2; 0)$, $D(1; 1; -3)$. Đường thẳng đi qua D và vuông góc với mặt phẳng (ABC) luôn đi qua điểm $M(2; a; b)$. Khi đó a^b bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp số: $a^b = 0,03$

Ta có $\vec{AB} = (-1; 3; 1)$; $\vec{AC} = (1; -1; 0)$; $\vec{n}_{(ABC)} = [\vec{AB}, \vec{AC}] = (1; 1; -2).$

Đường thẳng đi qua D và vuông góc với mặt phẳng (ABC) nên có véc tơ chỉ phương là

$\vec{n}_{(ABC)} = (1; 1; -2)$, phương trình tham số là: $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = -3 - 2t \end{cases}$. Chọn $t=1 \Rightarrow M(2; 2; -5).$

Suy ra $a=2; b=-5 \Rightarrow a^b = 2^{-5} = 0,03.$

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{4}$ và $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{4}$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa d và Δ có dạng: $ax+by+z+c=0$. Tính giá trị của $a+b+c$

Lời giải

Đáp số: -2

$$d: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{4} \Rightarrow d \text{ qua } M(2;0;0) \text{ và nhận } \vec{u} = (2;-1;4) \text{ làm một VTCP}$$

$$\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{4} \Rightarrow \Delta \text{ qua } N(1;2;-1) \text{ và nhận } \vec{u} = (2;-1;4) \text{ làm một VTCP}$$

$$\text{Thế tọa độ điểm } M(2;0;0) \text{ vào đường thẳng } \Delta, \text{ ta được: } \frac{1}{2} \neq \frac{-2}{-1} \neq \frac{1}{4} \Rightarrow d // \Delta.$$

$$\overrightarrow{MN} = (-1;2;-1). (P) \text{ chứa } d \text{ và } \Delta \Rightarrow \vec{n_p} = [\vec{u}; \overrightarrow{MN}] = (7;-7;7)$$

$$\text{Suy ra phương trình mặt phẳng } (P): x - y + z - 2 = 0$$

$$\Rightarrow a = 1, b = -1; c = -2 \Rightarrow a + b + c = -2.$$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, một viên đạn được bắn ra từ điểm $A(1;2;3)$ và trong 3 giây, đầu đạn đi với vận tốc không đổi; vectơ vận tốc (trên giây) là $\vec{v} = (2;1;5)$. Khi viên đạn trúng mục tiêu tại điểm $B(-5;a;b)$ thì giá trị của biểu thức b^a bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Lời giải

Đáp số: $-0,1$.

$$\text{Phương trình mô tả quỹ đạo chuyển động của viên đạn là: } \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = 3 + 5t \end{cases} \quad (1).$$

Khi viên đạn trúng mục tiêu tại điểm $B(-5;a;b)$ thì tọa độ của điểm B thỏa (1), tức là

$$\begin{cases} -5 = 1 + 2t \\ a = 2 + t \\ b = 3 + 5t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -3 \\ a = 2 + t \\ b = 3 + 5t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -3 \\ a = -1 \\ b = -12 \end{cases} \Rightarrow b^a = -0,1.$$

Câu 5: Một phần mềm mô phỏng vận động viên tập bắn bia mục tiêu có kích thước nhỏ ($42 \times 42 \text{ cm}$) bằng súng tiểu liên AK trong không gian $Oxyz$. Cho biết vận động viên đó sử dụng thước ngắm 3 và đứng cách xa bia mục tiêu là 100 m , trục d của nòng súng và cọc đỡ bia d' lần lượt có phương trình

$$d: \begin{cases} x = t \\ y = 2 \\ z = 4 \end{cases} \text{ và } d': \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 1 + 3t' \end{cases}. \text{ Để bắn trúng hồng tâm (điểm 10) thì vận động viên phải ngắm}$$

bắn vào điểm $N(a;b;c) \in d'$ và cách giao điểm của d và d' một khoảng 6 cm . Khi $c < 0$, tính giá trị biểu thức $a - b + c$.

Lời giải

Đáp số: -5 .

$$\text{Gọi } M = d \cap d' \Rightarrow M(1;2;4).$$

Ta có $N \in d' \Rightarrow N(1; 2; 1+3t') \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (0; 0; 3t'-3)$. Theo giả thiết $MN = 6$

Suy ra $|3t'-3| = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} t' = 3 \\ t' = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N(1; 2; 7) \\ N(1; 2; -2) \end{cases}$. Vì $c < 0 \Rightarrow$ nhận $N(1; 2; -2)$

Vậy $a = 1, b = 2, c = -2 \Rightarrow a - b + c = -5$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$. Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua $A(1; 1; 3)$, nằm trong mặt phẳng $(P): x + 2y + z - 6 = 0$ và cắt đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}$ có dạng $\begin{cases} x = 1 + at \\ y = 1 \\ z = 3 + bt \end{cases}$.

Tính giá trị của biểu thức $M = 2024a - b$.

Lời giải

Đáp số: $M = 2025$.

Gọi $B = \Delta \cap (P) \Rightarrow$ tọa độ điểm B là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x + 2y + z - 6 = 0 \\ \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \\ z = 2 \end{cases} \Rightarrow B(2; 1; 2)$$

Vì $d \subset (P)$ và d cắt $\Delta \Rightarrow B \in d \Rightarrow d$ đi qua $A(1; 1; 3)$ và nhận $\overrightarrow{AB} = (1; 0; -1)$ làm một VTCP.

$$\text{Suy ra PTTS của } d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 \\ z = 3 - t \end{cases} \Rightarrow a = 1, b = -1 \Rightarrow M = 2025.$$

♦ **Đề 3:**

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{4} = \frac{z+3}{-1}$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của d ?

A. $\overrightarrow{u_2} = (3; 4; -1)$. **B.** $\overrightarrow{u_1} = (3; 4; 1)$. **C.** $\overrightarrow{u_3} = (2; 3; -3)$. **D.** $\overrightarrow{u_4} = (2; -3; 3)$.

Lời giải

$$d: \frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{4} = \frac{z+3}{-1} \text{ có một vector chỉ phương là } \overrightarrow{u_2} = (3; 4; -1)$$

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t, (t \in \mathbb{R}) \\ z = 3 + t \end{cases}$ có một vector chỉ

phương là

- A. $\vec{u}_1 = (-1; 2; 3)$. B. $\vec{u}_3 = (2; 1; 3)$. C. $\vec{u}_4 = (-1; 2; 1)$. D. $\vec{u}_2 = (2; 1; 1)$.

Lời giải

$$d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases} \text{ có một vector chỉ phương là } \vec{u}_4 = (-1; 2; 1).$$

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 0)$ và $B(0; 1; 2)$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng AB .

- A. $\vec{d} = (-1; 1; 2)$. B. $\vec{a} = (-1; 0; -2)$. C. $\vec{b} = (-1; 0; 2)$. D. $\vec{c} = (1; 2; 2)$.

Lời giải

Ta có $\vec{AB} = (-1; 0; 2)$ suy ra đường thẳng AB có VTCP là $\vec{b} = (-1; 0; 2)$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{-1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-3}{3}$. Vector nào sau đây **không phải** là một vector chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u}_1 = (-1; 2; 3)$. B. $\vec{u}_2 = (3; -6; -9)$. C. $\vec{u}_3 = (1; -2; -3)$. D. $\vec{u}_4 = (-2; 4; 3)$.

Lời giải

Ta có một vector chỉ phương của d là $\vec{u}_1 = (-1; 2; 3)$.

$\vec{u}_2 = -3\vec{u}_1$, $\vec{u}_3 = -\vec{u}_1 \Rightarrow$ các vector $\vec{u}_2, \vec{u}_3$ cũng là vector chỉ phương của d .

Không tồn tại số k để $\vec{u}_4 = k\vec{u}_1$ nên $\vec{u}_4 = (-2; 4; 3)$ không phải là vector chỉ phương của d .

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{2}$ nhận véc tơ $\vec{u}(a; 2; b)$ làm véc tơ chỉ phương. Tính $a+b$.

- A. -8 . B. 8 . C. 4 . D. -4 .

Lời giải

Đường thẳng d có một véc tơ chỉ phương là $\vec{v}(2; 1; 2)$.

$\vec{u}(a; 2; b)$ làm véc tơ chỉ phương của d suy ra $\vec{u}$ và $\vec{v}$ cùng phương nên

$$\frac{a}{2} = \frac{2}{1} = \frac{b}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 4 \end{cases}$$

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tọa độ nào sau đây là tọa độ của một véc tơ chỉ phương

của đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 1 - 6t \\ z = 9t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$?

A. $\left(\frac{1}{3}; \frac{-1}{2}; \frac{3}{4}\right).$

B. $\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{2}; \frac{3}{4}\right).$

C. $(2; 1; 0).$

D. $(4; -6; 0).$

Lời giải

Từ phương trình Δ suy ra vectơ chỉ phương của Δ là $\vec{u} = (4; -6; 9) = 12\left(\frac{1}{3}; \frac{-1}{2}; \frac{3}{4}\right).$

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{3}$?

A. $P(-1; 2; 1).$

B. $Q(1; -2; -1).$

C. $N(-1; 3; 2).$

D. $R(1; 2; 1).$

Lời giải

Thay tọa độ các điểm vào phương trình đường thẳng ta thấy điểm $P(-1; 2; 1)$ thỏa $\frac{-1+1}{-1} = \frac{2-2}{3} = \frac{1-1}{3} = 0$. Vậy điểm $P(-1; 2; 1)$ thuộc đường thẳng d .

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = 1 - t \\ z = 2 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ đi qua điểm nào sau đây?

A. $K(1; -1; 1).$

B. $E(1; 1; 2).$

C. $H(1; 2; 0).$

D. $F(0; 1; 2).$

Lời giải

Thay tọa độ của $K(1; -1; 1)$ vào PTTS của d ta được $\begin{cases} 1 = t \\ -1 = 1 - t \\ 1 = 2 + t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 2 \\ t = -1 \end{cases}$: không tồn tại t .

Do đó, $K \notin d$.

Thay tọa độ của $E(1; 1; 2)$ vào PTTS của d ta được $\begin{cases} 1 = t \\ 1 = 1 - t \\ 2 = 2 + t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 0 \\ t = 0 \end{cases}$: không tồn tại t .

Do đó, $E \notin d$.

Thay tọa độ của $H(1; 2; 0)$ vào PTTS của d ta được $\begin{cases} 1 = t \\ 2 = 1 - t \\ 0 = 2 + t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -1 \\ t = -2 \end{cases}$: không tồn tại t .

Do đó, $H \notin d$.

Thay tọa độ của $F(0;1;2)$ vào PTTS của d ta được $\begin{cases} 0=t \\ 1=1-t \\ 2=2+t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=0 \\ t=0 \\ t=0 \end{cases} \Leftrightarrow t=0.$

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-4}$. Điểm nào sau đây **không** thuộc đường thẳng d ?

- A.** $P(7;2;1)$. **B.** $Q(-2;-4;7)$. **C.** $N(4;0;-1)$. **D.** $M(1;-2;3)$.

Lời giải

Thay tọa độ điểm $P(7;2;1)$ vào phương trình đường thẳng d ta có $\frac{7-1}{3} = \frac{2+2}{2} \neq \frac{1-3}{-4}$ nên điểm $P(7;2;1) \notin d$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - \sqrt{3}y + 1 = 0$. Tính góc tạo bởi (P) với trục Oy .

- A.** 60° . **B.** 30° . **C.** 120° . **D.** 150° .

Lời giải

Mặt phẳng (P) có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; -\sqrt{3}; 0)$; trục Oy có véc tơ chỉ phương $\vec{j} = (0; 1; 0)$.

Ta có: $\sin((P); Oy) = \left| \cos(\vec{n}; \vec{j}) \right| = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{j}|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{j}|} = \frac{|-\sqrt{3}|}{\sqrt{4} \cdot \sqrt{1}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow ((P); Oy) = 60^\circ$.

Câu 11: Góc giữa hai mặt phẳng $(P): x - 2y + z + 3 = 0$ và $(Q): x + y - 2z - 2 = 0$ bằng

- A.** 30° . **B.** 90° . **C.** 45° . **D.** 60° .

Lời giải

Mặt phẳng $x - 2y + z + 3 = 0$ có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (1; -2; 1)$.

Mặt phẳng $x + y - 2z - 2 = 0$ có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}_2 = (1; 1; -2)$.

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng. Khi đó $\cos \alpha = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|1 - 2 - 2|}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$.

Câu 12: Góc giữa hai đường thẳng $(d): \begin{cases} x=1+t \\ y=2 \\ z=3-t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$ và $(d'): \begin{cases} x=1+2t' \\ y=-1 \\ z=2-2t' \end{cases}, (t' \in \mathbb{R})$ bằng

- A.** 0° . **B.** 45° . **C.** 30° . **D.** 60° .

Lời giải

Đường thẳng (d) có một vector chỉ phương là $\vec{a}_d = (1; 0; -1)$.

Đường thẳng (d') có một vector chỉ phương $\vec{a}_{d'} = (2; 0; -2)$.

Ta thấy $\vec{a}_{d'} = 2\vec{a}_d$ nên 2 vector $\vec{a}_{d'}, \vec{a}_d$ cùng phương $\Rightarrow d // d'$ hoặc $d \equiv d'$.

Do đó góc giữa d và d' bằng 0° .

👉 Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.*

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2 + 3t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$. Các mệnh đề sau đây

đúng hay sai?

a) Đường thẳng d nhận $\vec{u} = (-1; 2; -3)$ là một vector chỉ phương.

b) Điểm $A(2; 3; 1)$ thuộc đường thẳng d .

c) Điểm $B(1; -5; -4)$ không thuộc đường thẳng d .

d) Phương trình chính tắc của đường thẳng d là: $\frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-2}{3}$.

Lời giải

a) Ta có vector $\vec{u}_1 = (-1; 2; -3)$ cùng phương với vector chỉ phương $\vec{u} = (1; -2; 3)$ nên $\vec{u}_1 = (-1; 2; -3)$ cũng là một vector chỉ phương của đường thẳng d .

Do đó a) **đúng**.

b) Thay tọa độ điểm A vào phương trình đường thẳng d ta có:

$$d: \begin{cases} 2 = 3 + t \\ 3 = 1 - 2t \\ 1 = 2 + 3t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = -1 \\ t = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

Suy ra $A \notin d$. Do đó b) **sai**.

c) Thay tọa độ điểm B vào phương trình đường thẳng d ta có:

$$d: \begin{cases} 1 = 3 + t \\ -5 = 1 - 2t \\ -4 = 2 + 3t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = -2 \\ t = 3 \\ t = -2 \end{cases}$$

Suy ra $B \notin d$. Do đó **c) đúng**.

d) Rút tham số t từ phương trình tham số của d ta có phương trình chính tắc của đường thẳng

$$d: \frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{3}$$

Do đó **d) sai**.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, biết đường thẳng d đi qua điểm $M(1;2;3)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2;1;-3)$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Đường thẳng d phương trình tham số là $d: \begin{cases} x=1+2t \\ y=2+t \\ z=3-3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

b) Đường thẳng d trùng với đường thẳng d_1 có phương trình chính tắc $d_1: \frac{x-3}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z}{-3}$

c) Đường thẳng d_2 đi qua điểm $A(2;0;1)$ và song song với d có phương trình chính tắc là

$$d_2: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-3}$$

d) Đường thẳng $d_3: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-1}{-2}$ vuông góc với đường thẳng d .

Lời giải

a) Ta có d đi qua điểm $M(1;2;3)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2;1;-3)$ nên phương trình

$$\text{tham số của } d \text{ là: } \begin{cases} x=1+2t \\ y=2+t \\ z=3-3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$$

Do đó **a) đúng**.

b) Dễ thấy d, d_1 có cùng véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (2;1;-3)$ nên d, d_1 sẽ song song hoặc trùng nhau.

Lấy điểm $M(1;2;3) \in d$. Thay tọa độ điểm M vào phương trình đường thẳng d_1 ta có:

$$d_1: \frac{1-3}{2} = \frac{2-3}{1} = \frac{3}{-3} \text{ (đúng) nên } M(1;2;3) \in d_1$$

Vậy hai đường thẳng d, d_1 trùng nhau.

Do đó **b) đúng**.

c) Ta có $d_2 // d$ nên đường thẳng d_2 có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2;1;-3)$

Suy ra đường thẳng d_2 có phương trình là $d_2: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-3}$.

Do đó **c) đúng**.

d) Đường thẳng d_3 có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_3 = (1; 4; -2)$.

$$\left. \begin{array}{l} \vec{u} = (2; 1; -3) \\ \vec{u}_3 = (1; 4; -2) \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{u} \cdot \vec{u}_3 = 12 \neq 0$$

Suy ra đường thẳng d và d_3 không vuông góc với nhau.

Do đó **d) sai**.

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+3}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Gọi α là góc giữa đường thẳng $d: \frac{x+3}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$ và trục tọa độ Ox . Khi đó,

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

b) Gọi φ là góc giữa đường thẳng d và đường thẳng $d_1: \frac{x+1}{3} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+5}{-1}$. Số đo góc φ nhỏ hơn góc 60° .

c) Đường thẳng $d_2: \frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{m}$ tạo với đường thẳng d góc β sao cho $\cos \beta = \frac{\sqrt{2}}{3}$. Tổng các giá trị của tham số m bằng 18.

d) Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1; -1; 2)$, song song với mặt phẳng $(P): 2x - y - z + 3 = 0$, đồng thời tạo với đường thẳng d một góc lớn nhất. Khi đó, Δ đi qua điểm $B(3; 0; -1)$.

Lời giải

a) VTCP của d và trục Ox lần lượt là: $\vec{u} = (1; 1; -1)$; $\vec{i} = (1; 0; 0)$.

$$\text{Ta có: } \cos \varphi = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{i}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{i}|} = \frac{1}{\sqrt{1^2 + 1^2 + (-1)^2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Do đó **a) đúng**.

b) VTCP của d và d_1 lần lượt là: $\vec{u} = (1; 1; -1)$; $\vec{u}_1 = (3; 1; -1)$.

$$\text{Ta có: } \cos \varphi = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{u}_1|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{u}_1|} = \frac{|3+1+1|}{\sqrt{1^2+1^2+(-1)^2} \cdot \sqrt{3^2+1^2+(-1)^2}} = \frac{5}{\sqrt{33}}.$$

Suy ra $\varphi \approx 29^\circ 29'$

Do đó **b)** đúng.

c) VTCP của d và d_2 lần lượt là: $\vec{u} = (1; 1; -1)$; $\vec{u}_1 = (2; 1; m)$.

$$\text{Ta có: } \cos \beta = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{u}_1|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{u}_1|} = \frac{|2+1-m|}{\sqrt{1^2+1^2+(-1)^2} \cdot \sqrt{2^2+1^2+m^2}} = \frac{|m-3|}{\sqrt{3(m^2+5)}}.$$

$$\text{Mà } \cos \beta = \frac{\sqrt{2}}{3} \Leftrightarrow \frac{|m-3|}{\sqrt{3(m^2+5)}} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$\Leftrightarrow 3(m-3)^2 = 2(m^2+5) \Leftrightarrow m^2 - 18m + 17 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m=17 \end{cases}.$$

Vậy tổng các giá trị của tham số m bằng 18.

Do đó **c)** đúng.

d) Mặt phẳng $(P): 2x - y - z + 3 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)} = (2; -1; -1)$.

Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; 1; -1)$.

Giả sử đường thẳng Δ có vector chỉ phương là $\vec{u}_\Delta$.

Do $0^\circ \leq (d, \Delta) \leq 90^\circ$ mà theo giả thiết d tạo Δ góc lớn nhất $\Rightarrow (d, \Delta) = 90^\circ \Rightarrow \vec{u}_d \perp \vec{u}_\Delta$.

Lại có $\Delta // (P)$ nên $\vec{u}_\Delta \perp \vec{n}_{(P)}$. Do đó chọn $\vec{u}_\Delta = [\vec{n}_{(P)}; \vec{u}_d] = (2; 1; 3)$.

Vậy phương trình đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{3}$.

Thay tọa độ điểm $B(3; 0; -1)$ vào phương trình đường thẳng Δ :

$$\frac{3-1}{2} = \frac{0+1}{1} = \frac{-1-2}{3} \quad (\text{Sai})$$

Suy ra $B \notin \Delta$. Do đó, **d)** sai.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và $B'C'$. Cho biết $M(0; 0; 0)$, $N(0; 0; \sqrt{2})$, $C(1; 0; 0)$, $A(0; \sqrt{3}; 0)$.

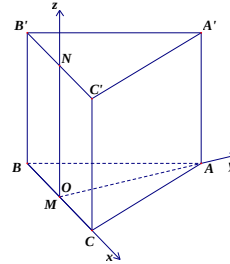
a) Phương trình tham số của đường thẳng AA' là $\begin{cases} x=0 \\ y=\sqrt{3} \\ z=t \end{cases}$.

b) $A'C \perp AB'$.

c) Góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 45° .

d) Sin của góc giữa đường thẳng $B'C$ và mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{2}{\sqrt{30}}$.

Lời giải



Trong không gian $Oxyz$, ta có $B(-1;0;0)$, $A'(0;\sqrt{3};\sqrt{2})$, $B'(-1;0;\sqrt{2})$, $C'(1;0;\sqrt{2})$.

a) Đường thẳng AA' đi qua $A(0;\sqrt{3};0)$ và nhận $\vec{k} = (0;0;1)$ làm VTCP có phương trình tham

số là $\begin{cases} x = 0 \\ y = \sqrt{3} \\ z = t \end{cases}$. Do đó **a) đúng**.

b) Hai đường thẳng $A'C$ và AB' lần lượt có VTCP là $\overrightarrow{A'C} = (1; -\sqrt{3}; -\sqrt{2})$, $\overrightarrow{AB'} = (-1; -\sqrt{3}; \sqrt{2})$.

Ta có $\overrightarrow{A'C} \cdot \overrightarrow{AB'} = 0$. Suy ra $A'C \perp AB'$. Do đó **b) đúng**.

c) VTPT của (ABC) là $\vec{k} = (0;0;1)$

Ta có $\overrightarrow{A'B} = (-1; -\sqrt{3}; -\sqrt{2})$, $\overrightarrow{A'C} = (1; -\sqrt{3}; -\sqrt{2})$. Suy ra VTPT của $(A'BC)$ là $\vec{n} = \frac{1}{2}[\overrightarrow{A'B}; \overrightarrow{A'C}] = (0; -\sqrt{2}; \sqrt{3})$.

Ta có $\cos((A'BC), (ABC)) = \frac{|\vec{k} \cdot \vec{n}|}{|\vec{k}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{\sqrt{15}}{5}$. Suy ra $((A'BC), (ABC)) \approx 39^\circ 14'$. Do đó **c) sai**.

d) Đường thẳng $B'C$ có VTCP là $\overrightarrow{B'C} = (2; 0; -\sqrt{2})$. Mặt phẳng $(A'BC)$ có VTPT là $\vec{n} = (0; -\sqrt{2}; \sqrt{3})$.

Ta có $\sin(B'C, (A'BC)) = \left| \cos(\overrightarrow{B'C}, \vec{n}) \right| = \frac{|\overrightarrow{B'C} \cdot \vec{n}|}{|\overrightarrow{B'C}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{1}{\sqrt{5}}$. Do đó **d) sai**.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-4}{a} = \frac{y-5}{-6} = \frac{z-8}{b}$ ($a, b \neq 0$)

và $d_2: \frac{x}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{-5}$ song song với nhau. Tổng $a+b$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp số: 6.

Theo đề ta có:

$d_1: \frac{x-4}{a} = \frac{y-5}{-6} = \frac{z-8}{b}$ có $\vec{n}_1 = (a; -6; b)$ với ($a, b \neq 0$) là véc tơ chỉ phương của đường thẳng d_1 và điểm $M(4; 5; 8) \in d_1$.

$d_2: \frac{x}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{-5}$ có $\vec{n}_2 = (2; 3; -5)$ là véc tơ chỉ phương của đường thẳng d_2 .

Vì $M(4; 5; 8) \in d_1$ nhưng $M(4; 5; 8) \notin d_2$ nên $d_1 // d_2$ khi $\vec{n}_1 = k \vec{n}_2$ ($k \in \mathbb{R}$).

$$\text{Suy ra } \frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{-6}{-5} = -2 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = 10 \end{cases}.$$

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; 1; 0)$ và đường thẳng

$d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$. Đường thẳng D đi qua điểm M cắt và vuông góc với đường thẳng

d . Gọi $\vec{u} = (1; a; b)$ là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng D . Tính giá trị của biểu thức

$$P = \frac{a}{b}$$

Lời giải

Đáp số: 2.

Gọi $N(1+2t; -1+t; -t)$ là giao điểm của đường thẳng D và đường thẳng d .

Lúc đó đường thẳng D nhận $\vec{MN} = (2t-1; t-2; -t)$ làm vector chỉ phương.

Mặt khác D vuông góc với đường thẳng d nên ta có: $2(2t-1) + t - 2 + t = 0 \Leftrightarrow t = \frac{2}{3}$.

Với $t = \frac{2}{3}$ đường thẳng D nhận $\vec{MN} = \left(\frac{2}{3}; -\frac{4}{3}; -\frac{2}{3} \right)$ hoặc $\vec{u} = (1; -4; -2)$ làm véc tơ chỉ phương.

Do đó, $a = -4, b = -2 \Rightarrow P = 2$.

Câu 3: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + (m+1)y - 2z + m = 0$ và

$d: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$ với m là một tham số thực. Có bao nhiêu giá trị thực của m để d thuộc mặt phẳng (P) ?

Lời giải

Đáp số: 0.

$$(P): x + (m+1)y - 2z + m = 0 \Rightarrow VTPT \vec{n} = (1; m+1; -2).$$

$$d: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2} \Rightarrow VTCP \vec{u} = (2; 1; 2); M(2; 0; -1) \in d$$

Để d thuộc mặt phẳng (P) thì

$$\begin{cases} \vec{n} \perp \vec{u} \\ M \in (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \cdot 2 + m + 1 + 2 \cdot (-2) = 0 \\ 2 + (m+1) \cdot 0 - 2(-1) + m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -4 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \emptyset.$$

Câu 4: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, gọi d là đường thẳng song song với mặt phẳng

$(P): 2x - y - z + 3 = 0$, đồng thời tạo với đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{2}$ một góc 90° . Một

véc tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}_d = (a; b; c)$. Tính $Q = \frac{a}{b}$.

Lời giải

Đáp số: $Q = \frac{4}{5}$.

Mặt phẳng $(P): 2x - y - z + 3 = 0$ có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)} = (2; -1; -1)$.

Đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{2}$ có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u}_\Delta = (1; -2; 2)$.

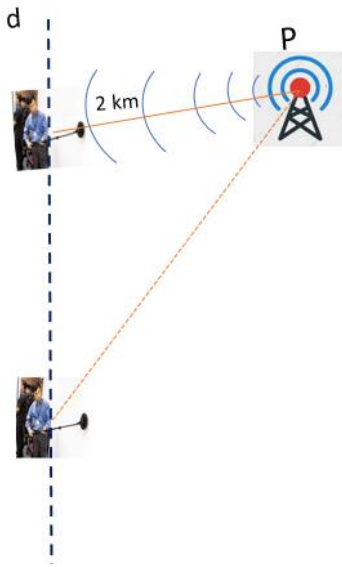
Giả sử đường thẳng d có véc tơ chỉ phương là $\vec{u}_d$.

Theo giả thiết $(d, \Delta) = 90^\circ \Rightarrow \vec{u}_d \perp \vec{u}_\Delta$.

Lại có $d // (P)$ nên $\vec{u}_d \perp \vec{n}_{(P)}$. Do đó chọn $\vec{u}_d = [\vec{u}_\Delta, \vec{n}_{(P)}] = (4; 5; 3)$.

Suy ra $Q = \frac{4}{5}$.

Câu 5: Một máy phát tín hiệu P được đặt cố định ở một địa điểm và ta có thể nhận được tín hiệu của máy phát này trong phạm vi của một mặt cầu với bán kính R của nó. Một người cầm máy dò tín hiệu A chuyển động trên đường thẳng d (như Hình 4)



Nếu chọn điểm đặt máy phát tín hiệu P là gốc tọa độ O của hệ trục tọa độ $Oxyz$ thì máy dò A di chuyển theo đường thẳng có phương trình

$$\begin{cases} x = 5 - t \\ y = 5 - t \\ z = 7 - 2t \end{cases} \quad (\text{trong đó } t(h) \text{ là thời gian chuyển động}).$$

Mặt cầu giới hạn phạm vi nhận tín hiệu của máy dò A tại thời điểm nó gần máy phát tín hiệu P nhất có tâm $I(a; b; c)$. Tính $P = a + b + c$.

Lời giải

Đáp số: $P = 1$

Gọi M là vị trí của máy dò A trên đường thẳng d .

Ta có $M(5-t; 5-t; 7-2t)$ Để máy điện tín gần trạm dò tìm nhất thì OM ngắn nhất.

$$\begin{aligned} OM^2 &= (5-t)^2 + (5-t)^2 + (7-2t)^2 = 50 - 20t + 2t^2 + 49 - 28t + 4t^2 \\ &= 99 - 48t + 6t^2 = 6(t^2 - 8t + 16) + 3 = 6(t-4)^2 + 3 \geq 3 \end{aligned}$$

Dấu bằng xảy ra khi $t = 4$.

Khi đó máy dò A ở vị trí $M(1; 1; -1)$. Khi đó $P = a + b + c = 1$.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3), B(-2; -7; 6)$ và đường thẳng

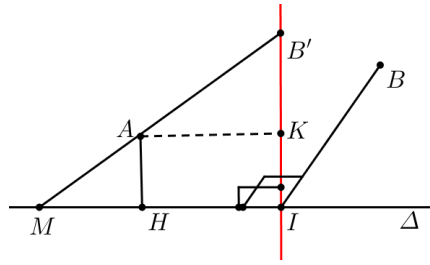
$(\Delta): \frac{x-2}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{3}$. Biết điểm M thay đổi trên (Δ) sao cho $|MA - MB|$ đạt giá trị lớn

nhất. Giá trị lớn nhất của $|MA - MB|$ là số thực có dạng $\sqrt{\frac{a}{b}}$ ($a, b \in \mathbb{Q}, (a, b) = 1$). Tính

$A = a + b$.

Lời giải

Đáp số: $A=100$



Gọi H, I lần lượt là hình chiếu của A, B lên đường thẳng Δ . Chuyển phương trình đường

$$\text{thẳng } \Delta \text{ về dạng tham số ta được } \begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = -2 + t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$$

Vì $H \in \Delta$ nên $H(2 - 2t; -2 + t; 1 + 3t)$, ta có $\overrightarrow{AH}(1 - 2t; -4 + t; -2 + 3t)$ và $\overrightarrow{u_\Delta} = (-2; 1; 3)$. Vì AH vuông góc với đường thẳng Δ nên $\overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{u_\Delta} \Leftrightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{u_\Delta} = 0$

$$\Leftrightarrow -2(1 - 2t) + 1(-4 + t) + 3(-2 + 3t) = 0$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{6}{7} \Rightarrow H\left(\frac{2}{7}; -\frac{8}{7}; \frac{25}{7}\right)$$

Tương tự, giả sử $I(2 - 2a; -2 + a; 1 + 3a)$, ta có $\overrightarrow{BI}(4 - 2a; 5 + a; -5 + 3a)$ và $\overrightarrow{u_\Delta} = (-2; 1; 3)$. Vì BI vuông góc với đường thẳng Δ nên

$$\overrightarrow{BI} \perp \overrightarrow{u_\Delta} \Leftrightarrow \overrightarrow{BI} \cdot \overrightarrow{u_\Delta} = 0 \Leftrightarrow -2(4 - 2a) + 1(5 + a) + 3(-5 + 3a) = 0$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{9}{7} \Rightarrow I\left(-\frac{4}{7}; -\frac{5}{7}; \frac{34}{7}\right)$$

Dựng đường thẳng d đi qua I và song song với HA và chọn điểm B' cùng phía với A so với Δ sao cho $B'I = BI$. Ta có $MB = MB' \Rightarrow |MA - MB| = |MA - MB'| \leq AB'$. Dấu "=" xảy ra khi A, B', M thẳng hàng và M nằm ngoài đoạn AB' . Vậy giá trị lớn nhất của $|MA - MB|$ là AB' . Gọi K là hình chiếu vuông góc của A trên đường thẳng d .

Ta có $AH = \frac{5\sqrt{21}}{7}$, $B'I = BI = \frac{10\sqrt{21}}{7} \Rightarrow B'K = B'I - AH = \frac{5\sqrt{21}}{7}$ và $HI = \frac{3\sqrt{14}}{7}$. Áp dụng định lý Pitago trong tam giác vuông AKB' ta có,

$$AB' = \sqrt{AK^2 + B'K^2} = \sqrt{\frac{93}{7}} \text{ suy ra } a = 93, b = 7 \Rightarrow a + b = 100.$$